

Gazdasági matematika II. vizsgadolgozat, elméleti rész,
2007. március 28.
A csoport

Név:	Definíciók	Tételek	Feladatok	Összesen
Gyak.vezető:				

A dolgozatírásnál íróeszközön kívül más **segédeszköz nem használható**.
A dolgozat időtartama: 120 perc, az elméleti részt 30 perc elteltével be kell adni.

Definíciók

Definiálja az alábbi fogalmakat!

1. Egy $f : D \subset \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ függvény lokális maximuma. (4 pont)
2. Egy $f : D \subset \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ függvény iránymenti differenciálhatósága és iránymenti deriváltja. (4 pont)
3. Egy $\mathbb{R}^k$ -beli vektorrendszer lineáris függetlensége. (4 pont)
4. Kvadratikus mátrix sajátértéke és sajátvektora. (4 pont)

Tételek

Fogalmazza meg az alábbi tételeket!

5. Cauchy-Schwarz egyenlőtlenség. (4 pont)
6. A szélsőérték másodrendű elegendő feltétele egy $f : D \subset \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre nézve. (6 pont)
7. A determinánsok szorzástétele. (4 pont)

(Összesen elérhető: 30 pont)

Gazdasági matematika II. vizsgadolgozat, gyakorlati rész, 2007. március 28. A csoport

Név:	1	2	3	4	5	6	7	8	Összesen
Gyak.vezető:									

Feladatok

1. Számítsa ki az $\partial_2 f(x, y)$ és $\partial_1 \partial_2 f(x, y)$ parciális deriváltakat, ha

$$f(x, y) := (x^3 - 5y^2) \ln(7y^2 + 5x^4 + 1) \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

(6 pont)

2. Számítsa ki az AB és $2A - 3C$ mátrixokat, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \\ 0 & -5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

(6 pont)

3. Határozza meg az $f(x, y) = 3x^4 + 24y^4 + 4x^3 + 12x^2 - 48y^2$ $((x, y) \in \mathbb{R}^2)$ függvény stacionárius pontjait, lokális szélsőértékhelyeit, és azok típusát.

(16 pont)

4. Határozza meg a $D = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét!

(8 pont)

5. Oldja meg Gauss eliminációval az
- $$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & = & 0 \\ -2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & = & -2 \\ -x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & = & 3 \end{array}$$
- lineáris inhomogén egyenletrendszert.

(8 pont)

6. A Cramer szabályt alkalmazva határozza meg x_1 -et, ha
- $$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 2 \\ 3x_1 & + & 8x_2 & - & 6x_3 & = & -5 \\ 6x_1 & + & 10x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \end{array}.$$

(8 pont)

7. Határozza meg a $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és egy sajátvektort, mely a legnagyobb sajátértékhez tartozik!

(10 pont)

8. Határozza meg a $Q(x_1, x_2, x_3) := 9x_1^2 + 6x_2^2 + 5x_3^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2x_3$ kvadratikus forma mátrixát, és e mátrix vizsgálatával, vagy teljes négyzetté alakítással döntse el hogy Q pozitív definit, negatív definit, vagy indefinit?

(8 pont)

(Összesen elérhető: 70 pont)

Gazdasági matematika II. vizsgadolgozat, elméleti rész,
2007. március 28.
B csoport

Név:	Definíciók	Tételek	Feladatok	Összesen
Gyak.vezető:				

A dolgozatírásnál íróeszközön kívül más **segédeszköz nem használható**.
A dolgozat időtartama: 120 perc, az elméleti részt 30 perc elteltével be kell adni.

Definíciók

Definiálja az alábbi fogalmakat!

1. Egy $f : D \subset \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ függvény lokális minimuma. (4 pont)
2. $\mathbb{R}^k$ -beli vektorok belső szorzata, és normája. (4 pont)
3. Ortogonális mátrix. (4 pont)
4. Kvadratikus mátrix sajátértéke és sajátvektora. (4 pont)

Tételek

Fogalmazza meg az alábbi tételeket!

5. A Cramer szabály. (4 pont)
6. A szélsőérték másodrendű elegendő feltétele egy $f : D \subset \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre nézve. (6 pont)
7. (Általános) lineáris egyenletrendszer megoldhatóságának kritériuma. (4 pont)

(Összesen elérhető: 30 pont)

Gazdasági matematika II. vizsgadolgozat, gyakorlati rész, 2007. március 28. B csoport

Név:	1	2	3	4	5	6	7	8	Összesen
Gyak.vezető:									

Feladatok

1. Számítsa ki az $\partial_2 f(x, y)$ és $\partial_1 \partial_2 f(x, y)$ parciális deriváltakat, ha

$$f(x, y) := (7x^4 - 11y^3)e^{5xy^2} \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

(6 pont)

2. Számítsa ki az AB és $2A - 3C$ mátrixokat, ha

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

(6 pont)

3. Határozza meg az $f(x, y) = 24x^4 + 3y^4 - 48x^2 + 4y^3 + 12y^2 + 2007 \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2)$ függvény stacionárius pontjait, lokális szélsőértékhelyeit, és azok típusát.

(16 pont)

4. Határozza meg a $D = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 2 & 7 & -2 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét!

(8 pont)

5. Oldja meg Gauss eliminációval az
- $$\begin{array}{rrcrcl} -x_1 & + & 4x_2 & - & 2x_3 & = & 12 \\ x_1 & + & 2x_2 & - & 4x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & = & -11 \\ -2x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & = & 8 \end{array}$$
- lineáris inhomogén egyenletrendszert.

(8 pont)

6. A Cramer szabályt alkalmazva határozza meg x_1 -et, ha
- $$\begin{array}{rrcrcl} -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 3 \\ 8x_1 & + & 3x_2 & - & 6x_3 & = & -5 \\ 10x_1 & + & 6x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \end{array}$$
- (8 pont)

7. Határozza meg a $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és egy sajátvektort, mely a legnagyobb sajátértékhez tartozik!

(10 pont)

8. Határozza meg a $Q(x_1, x_2, x_3) := 4x_1^2 + 2x_2^2 + 9x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$ kvadratikus forma mátrixát, és e mátrix vizsgálatával, vagy teljes négyzetté alakítással döntse el hogy Q pozitív definit, negatív definit, vagy indefinit?

(8 pont)

(Összesen elérhető: 70 pont)