

Kiegészítő gyakorló feladatok valószínűesszámításból

1. Írja fel a lexikografikus elrendezés szabályai szerint az 1,2,3,4,5 elemek 3,5,4,1,2 permutációja után következő nyolc permutációt!
2. Az 1,2,3,4,5,6,7,8,9 számjegyekből készíthető kilencjegyű számok közül hány kezdődik 135-tel?
3. Hányféleképpen lehet 7 gépre 7 munkást beosztani, ha az első gépen csak két munkás tud dolgozni?
4. Hányféleképpen foglalhat helyet 4 férfi és 3 nő úgy, hogy férfiak és nők felváltva következzenek az ülésrendben?
5. A KÖZGAZDASÁG szó betűinek hány permutációja van?
6. Hány nyolcjegyű szám készíthető a 0,0,0,0,3,3,4,4 számjegyekből?
7. Írja fel az 1,2,3,4,5 elemek összes harmadosztályú kombinációit!
8. Egy üzem 4 férfi és 4 női munkást akar felvenni. Hányféleképpen választhatunk a 8 férfi és 6 nő jelentkező közül?
9. Hány olyan hétjegyű szám van melyben négy páratlan szám szerepel és melynek jegyei mind különbözők?
10. Egy társaságban mindenki mindenkivel kezét fogott. Hányan voltak a társaságban, ha összesen 91 kézfogás történt?
11. Magyarországon az autók rendszáma 3 betűből és 3 számjegyből áll. A készítéshez 25 betűt és 10 számjegyet használnak. Hány autót lehet ellátni ilyen rendszámokkal?
12. Egy üzemben három gép dolgozik. Legyen A_i az az esemény, hogy az i -edik gép egy éven belül elromlik $i = 1, 2, 3$. Fejezzük ki az A_i -k segítségével azt, az eseményt, hogy
 - a) csak az első romlik el,
 - b) mindhárom elromlik,
 - c) egyik sem romlik el,
 - d) az első és második elromlik, a harmadik nem,
 - e) csak egy gép romlik el,
 - f) pontosan két gép romlik el,
 - g) legfeljebb két gép romlik el,
 - h) legalább két gép romlik el.
13. Egy szabályos kockát feldobunk. Mi annak a valószínűsége, hogy
 - a) 6-ost dobunk,
 - b) páratlan számot dobunk,
 - c) legfeljebb 3-at dobunk,
 - d) legalább 3-at dobunk.
14. Egy kocka dobásánál annak a valószínűsége, hogy 1,2,3,4,5,6-ost dobunk rendre 0,1; 0,2; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1. Mi a megoldása ekkor az előző feladatnak?
15. Két kockával dobunk egyszerre. Mi a valószínűsége annak, hogy
 - a) a dobott számok összege 8,
 - b) legalább az egyik kockával 6-ost dobunk,
 - c) két egyenlő számot dobunk,
 - e) két különböző számot dobunk?

16. Egy kockát hatszor egymás után feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy
- az 1,2,3,4,5,6 számok mindegyike szerepel,
 - az első dobás eredménye 1, a többi ettől különböző,
 - az első két dobás eredménye 1, a többi ettől különböző,
 - az első két dobás eredménye 1, a többi ettől és egymástól is különböző?
17. Találomra egymás mellé írva a B, C, D, E, E, E, N, R betűket, milyen valószínűséggel kapjuk a DEBRECEN szót?
18. Tetszőlegesen kiválasztunk két pozitív 1-nél kisebb számot. Mi annak a valószínűsége, hogy
- összegük 1-nél kisebb,
 - összegük 1-nél nagyobb,
 - szorzatuk kisebb mint $1/5$,
 - összegük kisebb mint 1, szorzatuk kisebb mint $1/5$?
19. Két közgazdász hallgató megbeszéli, hogy délután 2 és 3 óra között az egyetem épülete előtt találkoznak. Megállapodnak abban, hogy 15 percet várnak egymásra, majd elmennek (ha ez letelt, vagy ha 3 óra elérkezett). Mekkora valószínűséggel találkoznak, ha mindketten véletlenszerűen érkeznek 2 és 3 óra között?
20. Egy gyárba egy munkanapon két tehergépkocsi érkezik, az érkezés időpontja a nap folyamán egyenletes eloszlású. A rakodási idő mindkét kocsinál $1/8$ munkanap, rakodás után mindkét kocsi azonnal elmegy. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a két gépkocsi a gyárban találkozik?

21. Igazolja, hogy

$$A \cup B = (A \cap B) \cup (B \cap \overline{A}) \cup (A \cap \overline{B}),$$

ahol a jobboldali tagok egymást páronként kizáró események.

22. Igazolja, hogy $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$, majd ezt és az előző feladatot felhasználva igazolja, hogy tetszőleges A, B eseményekre

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

23. Legyenek A, B tetszőleges események, igazoljuk, hogy

$$P(A \cap B) \leq P(A) + P(B), \quad \text{és} \quad P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1.$$