

Záróvizsga tételsor

matematikus MSc

A tételsor négy részből áll: algebra és számelmélet tételek, analízis tételek, geometria tételek, alkalmazott matematika tételek. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután két másik csoportba tartozó tételből ad a bizottság egy-egy kisebb fejezetet, melyeket külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. (A záróvizsgajegy a három tételből nyújtott teljes felelet alapján kerül megállapításra. Ha a vizsgázó bármelyik tételét nem tudja, a záróvizsgajegy elégtelen.)

A vizsgázó a záróvizsgára történő jelentkezéssel egyidőben az erre a célra rendszeresített űrlapon a tételek közül tízet kiválaszt, az űrlapot aláírva a Matematikai Intézet irodájában adja le. Ez a lap a záróvizsgán a bizottsághoz kerül, tétel csak a megjelölt tételek közül húzható, valamint a további kérdések is csak a megjelölt tételekből adhatók.

Algebra és számelmélet tételek

1. Csoportelmélet

Nevezetes részcsoportok (centrum, centralizátor, normalizátor, kommutátor részcsoport). Feloldható, egyszerű, nilpotens csoportok és p -csoportok, Sylow-tételek. Direkt és szemidirekt szorzat, végesen generált Abel-csoportok alaptétele. Szabad csoportok, definiáló relációk.

2. Testelmélet

Algebrai és transzcendens bővítések, véges bővítések. Normális bővítés, felbontási test, Galois-elmélet és alkalmazásai egyenletek gyökjelekkel való megoldhatóságára, geometriai szerkeszthetőségre. Véges testek.

3. Számelmélet

Algebrai számtestek, egész bázis, diszkrimináns, alapegységek, Dirichlet-tétel, regulátor, norma, prímeideálfaktorizáció.

Analízis tételek

4. Funkcionálanalízis

Lineáris normált terek, Banach-terek és operátoraik (Hahn-Banach-tétel, nyílt leképezés tétel, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Hilbert-terek (ortogonális felbontás tétele, ortonormált bázis), kompakt operátorok spektrálmélete.

5. Parciális differenciálegyenletek

Lineáris és kvázilineáris másodrendű parciális differenciálegyenletek osztályozása, kanonikus alakja. Elliptikus, parabolikus és hiperbolikus egyenletekre vonatkozó feladatok (kezdeti érték feladatok, peremérték feladatok, maximum tétel).

6. Trigonometrikus sorok

Trigonometrikus rendszer teljessége. Trigonometrikus Fourier-sorok pontonkénti konvergenciája. Fejér tétele. Ortogonális polinomok tulajdonságai. Fourier-transzformáció.

Geometria tételek

7. Modern differenciálgeometria

Sima sokaságok, érintőtér, vektormezők, tenzorok. Riemann-sokaságok, Levi-Civita deriválás, geodetikusok, exponenciális leképezés, ívhossz és távolság. Riemann-, Ricci- és skalárgömbület. Konstans gömbületű Riemann-sokaságok.

8. Hiperbolikus geometria

Az axiomatikus tárgyalás áttekintése: illeszkedési, rendezési, egybevágósági axiómák, párhuzamossági axiómák, a párhuzamosok osztályozása hiperbolikus síkon, folytonossági axiómák. A valós hiperbolikus sík egy modellje, izometriacsoportjának leírása, terület, a trigonometria elemei.

9. Véges geometriák

Affin és projektív síkok fogalma, vektortér-modelljei. Véges affin és projektív síkok. Kollineációk, polarítások, másodrendű görbék. Ívek és oválisok véges test feletti projektív síkokban, Segre tétele.

Alkalmazott matematika tételek

10. Sztochasztikus folyamatok

Kolmogorov-féle alaptétel. Gauss-folyamatok, Wiener-folyamatok és tulajdonságaik. Diszkrét idejű Markov-láncok, Chapman-Kolmogorov-egyenletek, állapotok osztályozása, periodikusság, visszatérőség, stacionárius eloszlás.

11. Többváltozós statisztika

Főkomponens analízis, faktoranalízis, osztályozási módszerek (maximum likelihood és Bayes-döntés), cluster analízis (hierarchikus eljárások és k-közép módszer).

12. Gráfelmélet I.

Független, lefogó csúcshalmazok és élhalmazok. Párosítások, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban, párosítási polinom. Feszítőfák száma, minimális feszítőfák (Kruskal-, Prim-, Borůvka-algoritmus).

13. Gráfelmélet II.

Gráfok színezése, kromatikus szám, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index. Extremális gráfelmélet, Mantel-tétel, Turán-tétel, Erdős-Stone-tétel. Ramsey-elmélet, Ramsey-számokra vonatkozó alsó és felső becslések.